

开学赛题解

广州市执信中学 信息学奥赛教练组

2024.03.02

A. 三颗骰子

- 题意

三颗骰子，顶面点数为 a, b, c ，问底面点数之和。

数据范围： $1 \leq a, b, c \leq 6$

- 题解

$$ans = 21 - (a + b + c)$$

时间复杂度： $O(1)$

B.字符串翻转

- 题意

给定一个字符串 S ，将其逆序，再按规则进行替换。

数据范围： $1 \leq |S| \leq 10^5$

- 题解

按规则模拟。

时间复杂度： $O(N)$

C.相等元素对数

●题意

给定三个长度为 N 的数组 A, B, C , 问有多少对整数 (i, j) , 其中 $1 \leq i, j \leq N$, 满足 $A_i = B_{C_j}$ 。

数据范围: $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq A_i, B_i, C_i \leq N$

●题解

因为数组 B 的值在1到 N 之间, 因此可以开一个数组 cnt 对 B_{C_j} 进行计数。遍历数组 A , 统计 $ans = \sum cnt[A_i], (1 \leq i \leq N)$, ans 数据范围为 N^2 , 因此需要开 $long long$ 。

时间复杂度: $O(N)$

暴力解法25分, 没开 $long long$ 75分。

D.连通分量

●题意

给定一个 N 个点、 M 条边的简单无向图。输出该图连通分量个数。

数据范围: $1 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq \frac{N(N-1)}{2}, 1 \leq u_i, v_i \leq N$

●题解

*DFS/BFS*模板题。

1. 初始化所有顶点为未访问, $visited[i] = false$, 和计数器 $ans = 0$ 。
2. 对于每个未访问顶点 i , 用 *DFS/BFS* 探索并标记所有连通顶点。
3. 每探索一组连通顶点, $ans += 1$ 。结束后, ans 即为连通分量数。

时间复杂度 $O(N + M)$

E. 数字正方形

● 题意

给一个 $N * N$ 大小的正方形二维数组 a ，请你找出从顶部任意处到底部任意处结束的路径，使路径经过数字的和最大。每一步可以从当前点走到左下方的点也可以走到右下方的点，即从 $a_{i,j}$ 可以走到 $a_{(i+1),(j-1)}$ 或 $a_{(i+1),(j+1)}$ 。

数据范围： $1 \leq N \leq 10^3, 1 \leq a_{i,j} \leq 100$

● 题解

动态规划，数字三角形变形题。

$$dp[i][j] = a[i][j] + \max(dp[i + 1][j - 1], dp[i + 1][j + 1])$$

$$ans = \max(dp[1][i], ans), (1 \leq i \leq N)$$

时间复杂度 $O(N^2)$

F.分汤圆

●题意

给定两个数组，一个表示 N 个同学的胃口值 a_i ，另一个表示 M 个汤圆的尺寸 b_j 。需要分配尺寸不小于同学胃口的汤圆，每位同学最多只能得到一个汤圆，求最多能满足多少同学。

数据范围： $1 \leq N, M \leq 10^5, 1 \leq a_i, b_j \leq 10^7$

●题解

贪心题。

将同学的胃口值和汤圆尺寸各自排序。遍历汤圆数组，对于每个汤圆，如果存在未满足的同学其胃口值小于等于汤圆尺寸，则分配汤圆，满足的同学数加一。输出最终的满足同学数。

时间复杂度 $O(N\log N + M\log M)$